Чемал Долічанін, Любомир Протич

Внесок академіка М. М. Салтикова у розвиток математичної науки в Югославії

Наприкінці XIX ст. у царській Росії відбувається бурхливий розвиток багатьох наук. Це здебільшого стосується математики та пов'язаних із нею дисциплін, що дає можливість окремим галузям, які до того вважались математикою, виокремитися у спеціальні наукові напрями. Наприклад, проблема стабільності (стійкості), яку почав досліджувати у 1644 р. Торрічеллі, а пізніше продовжили Лагранж (1788) і Максвелл (1868), спершу належала до математики. Так само її трактують Раус у 1877 р., Гурвіц у 1895 р. та Пуанкаре. 1892 р. з'являється дисертація виняткової значимості харківського вченого Олександра Михайловича Ляпунова (1857–1918) під назвою «Загальна задача про стійкість руху», яку можна розглядати як відправний пункт механіки (хоча насправді вона з'явилася задовго до цього) як окремої наукової дисципліни. Звичайно, автор розглядає стійкість рішення диференційних рівнянь, тоді як усі попередні дослідження мали суто механічні трактування. У своїй дисертації Олександр Михайлович дає два методи (так звані перший і другий методи Ляпунова) для вирішення проблеми стійкості.

Крім власне наукової діяльності професор піклувався про підготовку кадрів, тому зібрав навколо себе групу молодих учених. Серед них опинився і Микола Миколайович Салтиков, який 1898 р. склав магістерський іспит О. М. Ляпунову і В. А. Стєклову.

Микола Салтиков народився у 1872 році у м. Вишній Волочок Тверської губернії. По закінченні навчання у Харківському університеті 1895 р. його залишили, за пропозицією О. М. Ляпунова, В. А. Стєклова та К. О. Андрєєва, для підготовки до професорського звання, що увінчалось захистом магістерської дисертації «Про інтегрування рівнянь із частинними похідними першого порядку однієї невідомої функції» (1899).

Після короткого стажування у Франції та Німеччині М. М. Салтиков був обраний професором раціональної механіки Томського технологічного інституту, а у 1903 р. стає професором раціональної механіки Київського політехнічного. 1905 р. захистив докторську дисертацію в області математичних наук і невдовзі (у 1906 р.) стає професором раціональної механіки Харківського університету (після того, як його залишає Володимир Андрійович Стєклов, чиє ім'я сьогодні носить Інститут математики Російської академії наук у Москві).

Але успішна професорська кар'єра переривається більшовицькою революцією: 1919 р. М. М. Салтиков переїжджає до Тбілісі (на той час — Тифліс), де кілька років працює на посаді професора Грузинського університету і Російського політехнічного інституту, викладаючи не тільки теоретичну математику, але й раціональну механіку.

Невдовзі загроза радянської окупації Грузії змушує Миколу Миколайовича переселитись у Королівство сербів, хорватів та словенців, де й закінчуються його поневіряння. Доктор Салтиков стає мешканцем Белграда і залишається ним до кінця свого довгого життя. У лютому 1921 р. його було обрано професором математики філософського факультету Белградського університету, в якому він викладає до 1961 р. Останнє десятиліття своєї роботи присвячує здебільшого математиці: викладає рівняння у частинних похідних першого та другого порядку, алгебру, аналітичну та проективну геометрію; проводить уроки математики у середній школі, приділяючи багато часу вивченню історії математики.

Крім того, М. М. Салтиков багато мандрував і виступав з науковими доповідями у багатьох югославських і міжнародних конгресах.

Така кропітка праця не залишилась непоміченою: 1955 р. Брюссельський університет нагородив його медаллю; згодом він отримав орденом Праці першого ступеня СФРЮ; 1959 р. йому присуджено нагороду «7 липня» тощо.

У 1934 р. професора М. М. Салтикова було обрано членом-кореспондентом Сербської Королівської академії наук, а в 1946 р. — дійсним членом Сербської академії наук. Його також обирають до математичних товариств у Харкові, Києві, Москві, Парижі, Палермо та Берліні. Почесний член Математичного товариства у Бельгії, член-кореспондент Королівського товариства наук у Льєжі, член Російської підкомісії Міжнародної комісії з викладання математики, Французького товариства фізики, Математичного гуртка в Москві, Товариства математиків, фізиків та астрономів Сербії — це не повний перелік звань Миколи Миколайовича, адже чимало організацій вважали за честь запросити його до співпраці.

Наукова робота професора М. М. Салтикова, що розпочалась у 1894 р., продовжувалась майже сімдесят років. Якщо перші його роботи присвячені механіці і математиці, то пізніше він здебільшого займався суто математичними дослідженнями. Більшість опублікованих робіт видатного вченого стосуються проблеми диференційних рівнянь у частинних похідних першого та другого порядку, але його науковий доробок охоплює й звичайні диференційні рівняння, геометрію та, певна річ, механіку. Загалом М. М. Салтиков опублікував близько 300 робіт. Для аналізу їх результатів знадобилося б кілька книг. Тому ми торкнемося лише окремих висновків, яких дійшов професор.

Досліджуючи рівняння

$$F\,(x_1, x_2, \ldots, x_n, p_1, p_2, \ldots p_n) = 0,$$

де

$$pi = \frac{\partial z}{\partial x_i}, \left(i = \overline{1,n}\right); z = z(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

яке не містить z, професор для нього спочатку викладає, а потім узагальнює результати Якобі для розв'язання систем рівнянь наступної форми

$$F_k(x_1, x_2, \ldots, x_n;\ p_1, p_2, \ldots, p_n) = 0,\ \left(k = \overline{1,n}\right).$$

Для розв'язання він вводить функціональну групу інтеграла диференційних рівнянь характеристик і систем лінійного рівняння, які не в інволюції, і тому тут не можна використовувати метод Якобі, що ґрунтується на теоремі Пуассона (з допомогою так званої дужки Пуассона):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (H, f) = 0\ ).$$

Професор Салтиков доводить позицію, більш загальну, ніж у Пуассона, яка й вирішує цю проблему, що як тоді, так і зараз видається цікавим результатом.

Як відомо, Лагранж 1774 р. дає дефініцію загальному та повному інтегралу для рівнянь у частинних похідних другого порядку. Пізніше Ампер і Дарбу спробували ввести іншу дефініцію загального інтегралу. Однак у дефініцій Лагранжа є перевага через більшу точність та загальність. Цим самим питанням присвячена й праця белградського математика К. Р. Орлова, опублікована 1939 р. у «Гласі Сербської Академії» (т. CLXXXI).

Професор М. М. Салтиков також аналізує й дефініції інтеграла рівнянь у частинних похідних вищого порядку. Спочатку він наводить висновок рівнянь Бертрана:

$$Z = f(x + y) + xy\,\psi(x - y)$$

(f, ψ — будь-які диференційовані функції) і доводить до рівняння в частинних похідних третього порядку:

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} - \frac{\partial^3 z}{\partial x\, \partial y^2} - \frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = \frac{2}{x+y}\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right),$$

але формула (1) є й розв'язанням наступного рівняння:

$$\begin{cases} xy\,(y-x)\left(\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 z}{\partial x^2\, \partial y} - \frac{\partial^3 z}{\partial x\, \partial y^2} + \frac{\partial^3 z}{\partial y^3}\right) + (3x^2 - 2xy + y^2)\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \\ 2(y^2 - x^2)\frac{\partial^2 z}{\partial x\, \partial y} - (x^2 - 2xy + 3y^2)\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - 2(x+y)\left(\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y}\right) = 0 \end{cases}$$

Висновок професора Салтикова зрозумілий. Рівняння Бертрана є розв'язанням двох різних рівнянь у частинних похідних третього порядку.

Потім учений наводить приклад рівняння Ампера:

$$s\frac{\partial^2 z}{\partial x\, \partial y} + x\left[t\,\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x\, \partial y}\right)^2\right]^2 = 0,$$

чий, як стверджує Форсайт, загальний інтеграл рівняння

$$z = \frac{4}{3}kx^{3/2} + F(y - k^2 x),$$

де F — довільна функція, а k — вільна стала.

Легко побачити, що результати виключення F та k з вказаного функціонального рівняння призводить до наступного рівняння в частинних похідних другого порядку:

$$2x\left[t\,\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x\, \partial y}\right)^2\right] = t\,\frac{\partial z}{\partial x} - s\,\frac{\partial z}{\partial y}.$$

Звідси випливає, що (5) є загальним розв'язанням рівнянь (4) і (6).

Далі М. М. Салтиков відзначає, що якщо рівняння (5) доповнити з cx, то рівняння

$$z = \frac{4}{3}kx^{3/2} + F(y - k^2 x) + cx,$$

що містить крім будь-яких функцій і дві будь-які константи (*k* і *c*), є за рівнянням Ампера загальний інтеграл у розширеному змісті.

Виходячи з цього, він вводить нову дефініцію розв'язання, яку називає *змішаним загальним інтегралом* рівняння у частинних похідних другого порядку. Це інтеграл з двома незалежними змінними, що містить одну довільну функцію та дві довільні константи, виключення яких дає одну вихідну рівняння у частинних похідних другого порядку.

У монографії «Теорія рівнянь у частинних похідних першого порядку з однією невідомою функцією» («Sur La theorie des Equations aux derivees partielles du premier ordre d'une seule fonction inconnue», Париж, 1925 р.) зібрані результати, які професор Микола Миколайович Салтиков опублікував до прибуття у Белград. Серед інших там представлений і зв'язок між повним інтегралом Лагранжа та повним інтегралом Лі, що мінімально доповнений у порівнянні з його первинною роботою.

У паризькому виданні «Memorial des Sciences Mathematiques» 1931 р. була опублікована монографія «Класичні методи інтегрування рівнянь з частинними похідними першого порядку» («Méthodes classiques d'intégration des Équations aux dérivées partielles du premier ordre»), яка містить історичний огляд розвитку рівнянь у частинних похідних з чималою добіркою бібліографії.

У тому ж видавництві М. М. Салтиков у 1934 р. публікує монографію «Сучасні методи інтегрування рівнянь із частинними похідними першого порядку з однією невідомою функцією» («Méthodes modernes d'intégration aux dérivées partielles du premier d'une function inconnue»). У ній встановлюється зв'язок та порівнюються результати Якобі, Коші, Бертрана, Софуса Лі та інших математиків, які до того часу займалися вивченням рівнянь із частинними похідними.

Дуже цікава книга професора М. М. Салтикова «Методи інтегрування рівнянь з частинними похідними першого порядку з однією невідомою функцією», яка була опублікована Сербською академією наук у 1947 р. Ця об'ємна книга, яка містить понад 700 сторінок, — справа життя Миколи Миколайовича, і її цілком можна назвати «Енциклопедією рівнянь у частинних похідних». У ній професор умістив усе, до того часу відоме в цій галузі математики, та, звісно, свої результати, які вважав важливими для вивчення рівнянь у частинних похідних. Минуло понад шістдесят років після виходу її з друку, однак цією книгою досі користуються студенти та молоді вчені у дослідженні рівнянь у частинних похідних. Якби Микола Салтиков написав тільки цю працю, він і тоді б залишився в історії російської, української, сербської та світової науки.

Вересень 2009 р.